

O monitoramento de processos industriais via gráficos de controle CUSUM

Custodio da Cunha Alves, Doutorando (UNIVILLE) ccalves@univille.edu.br
Robert Wayne Samohyl, Ph.D (UFSC) samohyl@deps.ufsc.br

Abstract

Frequently, the effective assessment of production processes quality characteristic depend on statistical tools to detect, identify and analyze significant caused by variations that affect the process behavior in an unexpected manner. The CUSUM control charts, based on accumulated sums, are statistical tools used with success to assess different industrial processes. These charts can complement or replace, with advantages, the traditional Shewhart chart. CUSUM control chart can allow, according to the analyzed case, a more accurate solution, with smaller cost and periods than the ones requested by the traditional methodologies. In this work, a comparative performance between Shewhart and CUSUM charts is accomplished starting from a case study accomplished in a rubber artifacts industry, in which real data of industrial processes. The results obtained in this case study has indicated to be preferable the use of CUSUM charts instead of Shewhart charts to monitor small variations in the average of the quality characteristics in both processes studied.

Key Words: Statistical tools; CUSUM control charts; industrial processes.

1 Introdução

O controle estatístico de processos e em particular as técnicas de controle da qualidade, tais como gráficos de controle, têm sido cada vez mais importantes pelo fato de desempenharem papel primordial na indústria moderna.

Os gráficos de controle de Shewhart são ferramentas estatísticas aparentemente simples de serem utilizada, e proporcionam uma grande sensibilidade na detecção de causas identificáveis esporádicas ou intermitentes. Para casos em que há uma causa identificável no sistema que gera uma pequena e constante variação na média ou na variabilidade, o gráfico de controle de Shewhart apresentará uma tendência nos valores plotados para as amostras. Apesar de existirem algumas regras de decisão práticas que, embora aparentemente simples, nem sempre são fáceis de usar e exigem uma certa prática por parte do responsável pela análise do processo. No entanto, há situações em que é necessário monitorar um processo produtivo no qual se espera detectar pequenos desvios médios do valor nominal e que isto seja obtido de maneira mais simples do que fazendo uso de regras de decisão adicionais.

Os gráficos de controle de soma acumulada (*Cumulative Sum Control Charts - CUSUM*) são alternativas viáveis aos gráficos de controle de Shewhart. Estes gráficos guardam informações acumuladas de toda a seqüência de pontos e por isso, são mais sensíveis para detectar pequenos desvios da média de um processo com um número médio de amostras menor do que fariam os tradicionais gráficos de Shewhart.

Alguns autores, tais como Lucas (1976), Duncan (1986) e Hawkins & Olwell (1998), afirmam que os gráficos CUSUM são mais eficientes que os gráficos de Shewhart, no que se refere a pequenas variações. Entretanto, quando se expõe tais métodos na maioria da literatura existente, não há uma definição clara para uma questão prática, que é, a questão de qual dos dois gráficos é preferível. Qual deles é mais sensível para sinalizar no processo uma situação

fora de controle e, através desta informação, determinar sua capacidade, o gráfico de Shewhart ou o gráfico CUSUM ?

Este trabalho é o resultado da dissertação de Mestrado desenvolvida e apresentada no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina que focaliza os gráficos de controle CUSUM como ferramentas eficazes para a análise estatística de diferentes processos. O objetivo deste trabalho é investigar se há diferença significativa entre os gráficos CUSUM e os tradicionais gráficos de Shewhart para detectar pequenas mudanças na média do processo.

2 A estatística soma acumulada

O procedimento para a utilização do gráfico de soma acumulada (CUSUM) baseia-se na coleta sucessiva de amostras de tamanho n na qual é obtida a estatística da soma acumulada. Esta técnica pode ser aplicada tanto na construção do gráfico CUSUM para observações individuais como para observações amostrais das médias de subgrupos racionais. No caso de observações individuais, a estatística utilizada é a soma acumulada dos desvios de cada valor individual com relação à medida dada pela hipótese que está sendo testada. No caso das amostras de tamanho ($n > 1$) esta estatística é a soma acumulada dos desvios da média amostral com relação ao valor nominal. O procedimento começa propriamente com o cálculo dos desvios do valor nominal, isto é, a diferença entre o valor observado (média amostral) e o valor nominal μ_o . De posse deste desvio, a soma acumulada é iniciada. Esta soma C_i para o i -ésimo período é a soma de todos os desvios do valor nominal desde o período 1 até o período i , dada por:

$$C_i = \sum_{j=1}^i (X_j - \mu_o) = (X_i - \mu_o) + C_{i-1}, \quad i \geq 1 \quad (2.1)$$

Podemos definir a soma acumulada para o gráfico CUSUM de duas formas funcionalmente equivalentes. Uma que utiliza os dados na forma original como estes são apresentados, ou seja, conforme equação 2.1. A outra que envolve a padronização dos dados apresentados, supondo que os valores da variável X_i seguem distribuição $N(0,1)$. Para isso, usamos

$$y_i = \frac{(X_j - \mu_o)\sqrt{n}}{\sigma} \text{ como a variável padronizada desses valores.}$$

3 Gráfico CUSUM Tabular

O gráfico de controle CUSUM Tabular é um procedimento que utiliza algoritmo de soma acumulada para calcular as somas acumuladas unilaterais que através do gráfico são comparadas com o intervalo de decisão H . Seja X_i cada observação do processo controlado que supõe-se sob controle. Como premissa básica, supomos que os dados coletados (observações X_i) seguem distribuição normal com média μ_o e desvio padrão σ . Este gráfico é um plano de controle com intervalos bilaterais simétricos que utiliza duas estatísticas unilaterais C_i^+ (Cusum Superior) para detectar mudanças positivas e C_i^- (Cusum Inferior) para detectar mudanças negativas. Ambas são calculadas através de algoritmo de soma acumulada conforme as equações

$$C_i^+ = \max[0, X_i - (\mu_o + K) + C_{i-1}^+] \quad (3.1)$$

$$C_i^- = \max[0, (\mu_o - K) - X_i + C_{i-1}^-] \quad (3.2)$$

onde C_i^+ e C_i^- iniciais são arbitrados iguais a zero e o fator de sensibilidade K deve ser

escolhido de forma que o valor da soma $\mu_o + K\sigma$ (ou $\mu_o - K\sigma$), esteja situado entre a média do processo e a média deslocada (fora de controle) que se deseja avaliar.

No algoritmo de soma acumulada para cada amostra são obtidos valores dos desvios C_i^+ e C_i^- que são inseridos numa tabela e acumulados sucessivamente. A soma acumulada destes desvios é comparada com um intervalo de decisão H. Se $C_i^+ > H$ ou se $C_i^- < H$, então o processo é considerado fora de controle.

O gráfico CUSUM Tabular é projetado a partir da escolha de valores razoáveis para o intervalo de decisão H e o valor de referência K. Montgomery (2000) recomenda que o melhor modelo matemático para selecionar estes valores é defini-los conforme equações abaixo:

$$K = k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (3.3)$$

$$H = h \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{LSC}) \quad (3.4)$$

$$H = -h \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{LIC}) \quad (3.5)$$

onde n é o tamanho da amostra, σ é o desvio padrão, k é o valor de referência padronizado e h é o intervalo de decisão padronizado do procedimento.

4 A máscara V

O procedimento máscara V (V-Mask Procedure) é um método alternativo além do gráfico CUSUM Tabular que permite por inspeção dos pontos representados decidir se ocorreu ou não um desvio no valor médio μ_o desejado. A máscara V é uma moldura visual que desempenha o papel semelhante aos limites de controle nos gráficos de controle de Shewhart. A cada novo ponto no gráfico, esta moldura é deslocada de modo que o ponto O da máscara V coincida com o ponto plotado (LUCAS, 1973). O processo de decisão deste procedimento consiste em inserir o método máscara V sobre o gráfico CUSUM. A maioria dos usuários de gráficos CUSUM preferem o gráfico CUSUM Tabular ao invés do gráfico CUSUM com a Máscara V. Na prática, projetar e construir a Máscara V manualmente é um procedimento complexo enquanto o gráfico CUSUM Tabular pode ser implementado mais rapidamente a partir de uma planilha eletrônica do MS-Excel, a menos que se tenha um software estatístico que automatize a metodologia da Máscara V. Estes dois procedimentos apesar de serem diferentes têm estatisticamente a mesma função e apresentam as suas vantagens e desvantagens. A escolha de cada um deles para monitorar um processo depende dos recursos disponíveis para a utilização adequada dos mesmos.

5 Gráfico CUSUM para o monitoramento do processo de variabilidade

O processo de variabilidade é tão importante quanto a média de um processo e, por isso, deve também ser monitorado. Hawkins (1993), propõe um novo valor padronizado para a construção de gráficos de controle CUSUM com observações individuais onde num único gráfico são plotadas as estatísticas C_i e S_i (combinado CUSUM) para monitorar a média e a variância, respectivamente. Este gráfico é importante para verificar o comportamento de C_i dentro dos limites de controle, ou seja, a troca dentro da média ou verificarmos o S_i para diagnosticar se o problema é variabilidade e não troca de médias. O procedimento consiste em considerar X_i uma medida do processo, distribuída normalmente com média μ_o e desvio padrão σ , conforme equações 5.1, 5.2 e 5.3.

$$V_i = \frac{\sqrt{|y_i|} - 0,822}{0,349} \quad (5.1)$$

onde $y_i = \frac{(X_i - \mu_o)}{\sigma}$ é o valor padronizado de X_i .

A estatística V_i é sensível a mudanças tanto na variância quanto na média. Se X_i é normal, V_i proveniente de uma distribuição $N \sim (0,1)$, então dois gráficos CUSUM de escala padronizada podem ser estabelecidos como segue:

$$S_i^+ = \max[0, V_i - k + S_{i-1}^+] \quad (5.2)$$

$$S_i^- = \max[0, -k - V_i + S_{i-1}^-] \quad (5.3)$$

onde S_i^+ e S_i^- iniciais são arbitrados iguais a zero e os valores dos parâmetros k e h são selecionados de modo análogo ao gráfico CUSUM para controlar a média do processo.

6 O comprimento médio de corrida (ARL) dos gráfico CUSUM

O desempenho de um gráfico CUSUM é comumente medido através de parâmetros relacionados com a distribuição do tempo necessário para o gráfico emitir um sinal. O comprimento médio de corrida (*ARL – Average Run Length*) é um desses parâmetros que a um determinado nível da qualidade representa o número médio de amostras necessário para que seja detectada uma mudança, após a mesma ter ocorrido no processo. Este parâmetro depende do tamanho da amostra n , do limite de decisão h e da dimensão da mudança $K = \frac{1}{2} \delta$ que se deseja detectar (número de σ que a média pode variar). Determinar as propriedades dos gráficos CUSUM tais como o ARL nem sempre é possível pelo fato das estatísticas de controle serem variáveis aleatórias dependentes. Um deles é o método da equação integral. Seja X a variável contínua a ser controlada e $f(x)$ a função densidade de probabilidade de X . Representamos por $P(z)$ a probabilidade de um teste que é iniciado terminar quando é absorvido pelo limite inferior com $(0 \leq z \leq h)$ e por $L(z)$ o ARL do plano CUSUM, quando este inicia-se no valor z . O número de amostras consideradas no teste representamos por $N(z)$.

A função densidade de probabilidade $f(x)$ conforme definição de soma acumulada satisfazem as equações integrais descritas por Page (1954) através de um método numérico popularmente conhecido como método da equação integral definido segundo equações:

$$P(z) = \int_{-\infty}^z f(x) dx + \int_0^h P(x) f(x-z) dx \quad (6.1)$$

$$N(z) = 1 + \int_0^h N(x) f(x-z) dx \quad (6.2)$$

$$L(z) = 1 + L(0)F(-z) + \int_0^h L(x) f(x-z) dx, \quad (0 \leq z \leq h) \quad (6.3)$$

Relacionando estas três equações obtém-se a relação $L(z) = N(z) + L(0)P(z)$ que permite obter o ARL de um plano que se inicia no valor z do intervalo $[0, h]$. Fazendo $z=0$ obtemos $L(0) = N(0) + L(0)P(0)$. Quando $N(0)$ e $P(0)$ são conhecidos, o valor $L(0)$ que corresponde ao valor ARL do plano numa situação sob controle é dado por $L(0) = \frac{N(0)}{1 - P(0)}$. O uso desta

fórmula deve ser feito com cuidado uma vez que numa situação sob controle $P(0)$ é um valor muito próximo de 1, pois o denominador $1 - P(0)$ tende para zero. Assim a estimativa que se

usa para $P(0)$ deve ser bastante precisa de modo que a fórmula anterior forneça valores satisfatórios para o ARL do plano.

Apesar do cálculo $P(z)$ e de $N(z)$ recorrendo às fórmulas anteriores ser mais fácil do que o cálculo de $L(z)$, vários autores têm proposto métodos numéricos aproximados para calcular $P(z)$ e $N(z)$, os quais consistem na substituição das equações integrais mencionadas por sistemas de equações lineares algébricas.

Além de Page, muitos autores têm usado aproximações adequadas para calcular o valor dos ARL. Brook e Ewans (1972) utilizam o método de aproximação denominado cadeias de Markov para aproximar mudanças da condição de sob controle para fora de controle. Hawkins (1992) apresenta um procedimento simples, mas bastante preciso para o cálculo do ARL baseado em uma equação de aproximação. Esta aproximação exige à aplicação de uma tabela de constantes cujos valores estejam entre o intervalo 1 a 3% do verdadeiro valor de ARL. Woodall e Adams (1993) recomendam a aproximação proposta por Siegmund (1985) por causa de sua simplicidade, definida por $ARL = \frac{e^{-2\Delta b} + 2\Delta b - 1}{2\Delta^2}$ onde para $\Delta \neq 0$, com $\Delta = \delta - k$, temos C_i^+ ($\Delta = \delta - k$) e C_i^- ($b = h + 1,166$) do lado superior e inferior do gráfico CUSUM, respectivamente.

O valor de ARL de um gráfico de Shewhart, quando uma mudança das condições objetivo de 1σ na média, é 44, enquanto que na Máscara V, o ARL é 10,4. Isto é, o gráfico CUSUM com a Máscara V designada a detectar uma mudança de 1σ detectará quase 4 vezes mais rápido quando competir com o gráfico de Shewhart 3σ (LUCAS,1976).

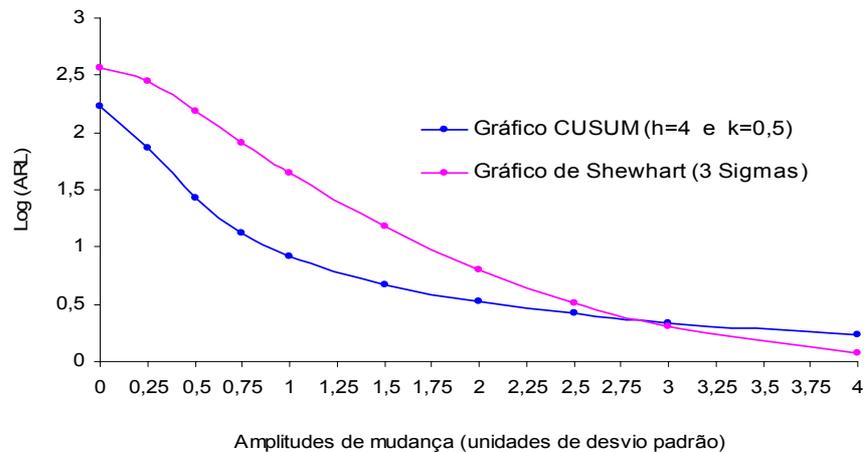


Figura 6.1 Desempenho de ARL dos gráficos: CUSUM (máscara V) e Shewhart (3σ)

Conforme figura 6.1 observamos que o gráfico de Shewhart é mais sensível para grandes mudanças na média do processo. No entanto, para pequenas mudanças na média do processo, o gráfico CUSUM é mais sensível sendo que a diferença significativa existente entre o desempenho desses gráficos está entre as pequenas amplitudes de mudanças (δ) na ordem de até $1,5\sigma$.

7 Resposta inicial rápida ou característica de vantagem

O procedimento Resposta inicial rápida (*Fast Initial Response- FIR*) proposto por Lucas e Crosier (1982) é uma característica de vantagem para os procedimentos de soma acumulada que permite uma resposta mais rápida a situações de fora de controle do processo que se obteria com o procedimento padrão. A implementação deste procedimento para projetos CUSUM de controle da média do processo tem como objetivo melhorar a

sensibilidade do CUSUM de controle da média do processo tem como objetivo melhorar a sensibilidade do gráfico no início do processo ou após o CUSUM ter dado um sinal de fora de controle. O procedimento padrão de Soma Acumulada adota os valores $C_i^+ = 0$ e $C_i^- = 0$ para o algoritmo e o valor $C_o = 0$ para o gráfico. Após um sinal fora de controle a estatística soma acumulada reinicia-se com zero. No entanto, com a implementação do procedimento FIR, a soma acumulada é iniciada com o valor $C_i^+ \neq 0$ e $C_i^- \neq 0$. Após um sinal fora de controle a soma acumulada é reiniciada com valor diferente de zero.

Resultados publicados por Lucas e Crosier (1982), mostram que se o processo começa sob controle, isto é com valor médio igual ao valor pretendido, então os gráficos CUSUM tendem rapidamente para zero e este valor inicial tem pouco efeito no desempenho do procedimento. No entanto, para compensar o decréscimo que se obtém neste caso no valor do ARL, podemos usar um valor de h no gráfico FIR levemente superior àquele que usaríamos num gráfico sem FIR. Por outro lado, se o processo começa num nível médio diferente do pretendido, a vantagem (*head start*) permite que o gráfico CUSUM detecte esta mudança mais rapidamente do que acontece num gráfico sem FIR. Lucas e Crosier (1982) recomendam como valor inicial (vantagem) do FIR a metade do intervalo de decisão deste procedimento, geralmente iguais a $C_i^+ = \frac{h}{2}$ e $C_i^- = -\frac{h}{2}$.

8 Estudo de caso

O estudo de caso foi realizado numa indústria de artefatos de borracha, localizada na cidade de Joinville-SC. Este estudo foi fundamental pois a partir de dados reais foi possível avaliar o desempenho dos gráficos CUSUM e dos gráficos de Shewhart para definir com maior segurança a melhor escolha entre a utilização dos mesmos para a análise estatística de diferentes processos. Este trabalho apresenta apenas um dos dois processos analisados no estudo de caso, ou seja, o processo denominado P_B, onde a característica da qualidade escolhida foi monitorada através dos gráficos de controle CUSUM (para observações individuais), com amostras coletadas periodicamente. A característica da qualidade monitorada neste processo é a “dureza” que possui valor nominal 70 ± 5 Shore ^A. O relatório de um dos gráficos CUSUM (semana: 5-2) deste processo analisado é ilustrado a seguir:

Relatório do Gráfico CUSUM para Observações Individuais
 Todas as observações
 X = Ponto Excluído * = Pontos fora dos Limites de Controle

Amostra	X _i	CUSUM Tabular				Combinado CUSUM			
		C _{i+}	N ₊	C _{i-}	N ₋	S _{i+}	N ₊	S _{i-}	N ₋
1	69,0	0,0	0	0,25	1	0,0	0	0,0	0
2	70,0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	1,60	1
3	72,0	1,25	1	0,0	0	0,95	1	0,0	0
4	69,0	0,0	0	0,25	1	0,71	2	0,0	0
5	70,0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	1,60	1
6	68,0	0,0	0	1,25	1	0,95	1	0,0	0
7	71,0	0,25	1	0,0	0	0,71	2	0,0	0
8	69,0	0,0	0	0,25	1	0,47	3	0,0	0
9	71,0	0,25	1	0,0	0	0,23	4	0,0	0
10	70,0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	1,60	1
11	70,0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	3,21	2
12	70,0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	*4,82	3
13	69,0	0,0	0	0,25	1	0,0	0	3,55	4
14	69,0	0,0	0	0,5	2	0,0	0	2,29	5
15	71,0	0,25	1	0,0	0	0,0	0	1,03	6
16	71,0	0,5	2	0,0	0	0,0	0	0,0	0
17	69,0	0,0	0	0,25	1	0,0	0	0,0	0
18	70,0	0,0	0	0,0	0	0,0	0	1,60	1
19	71,0	0,25	1	0,0	0	0,0	0	0,34	2
20	72,0	1,5	2	0,0	0	0,95	1	0,0	0
21	71,0	1,75	3	0,0	0	0,71	2	0,0	0
22	72,0	3,0	4	0,0	0	1,65	3	0,0	0
23	72,0	*4,25	5	0,0	0	2,60	4	0,0	0
24	70,0	3,5	6	0,0	0	0,0	0	1,60	1
25	72,0	*4,75	7	0,0	0	0,95	1	0,0	0

Para os dados do relatório do gráfico CUSUM (semana: 5-2) ilustrado, constata-se que este processo comportou-se praticamente segundo uma distribuição normal conforme figura 8.1.

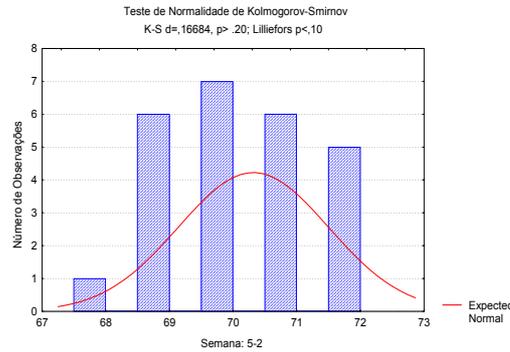


Figura 8.1 Teste de normalidade para os dados do relatório do gráfico CUSUM (semana:5-2)

As figuras a seguir ilustram o gráfico de Shewhart e os gráficos CUSUM (com a máscara V), CUSUM Tabular, procedimento FIR e o combinado CUSUM (C_i e S_i) respectivamente deste processo para os dados do relatório do gráfico CUSUM (semana: 5-2).

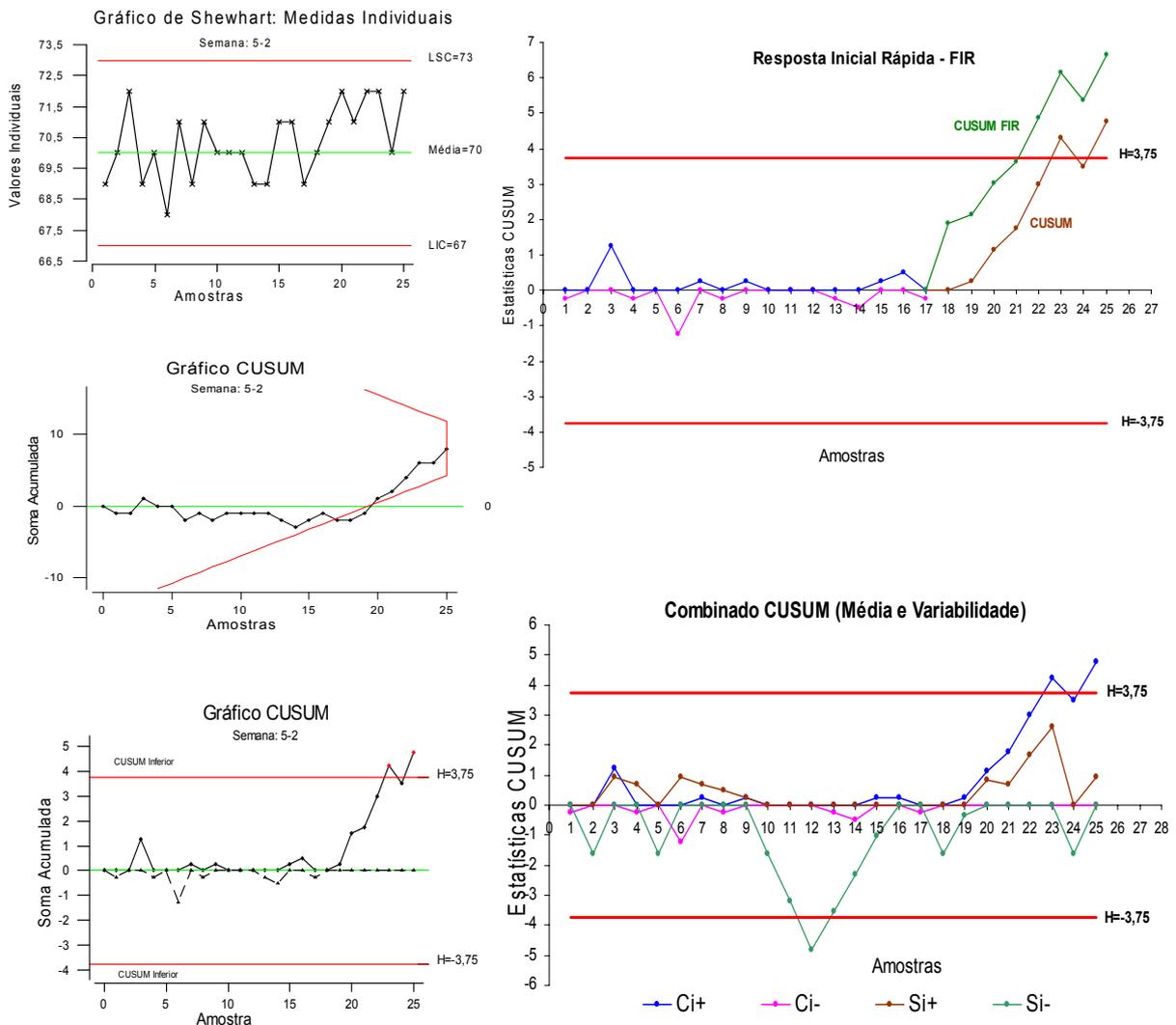


Figura 8.2 Gráfico de Shewhart, gráficos CUSUM, procedimento FIR e combinado CUSUM

9 Resultados e discussões

Os resultados obtidos neste estudo de caso mostraram os gráficos de controle CUSUM como ferramentas muito úteis no monitoramento deste processo analisado conforme figura 8.2. Em primeiro lugar porque se mostraram mais sensíveis para detectar as pequenas variações na média da característica da qualidade monitorada num tempo recorde com menor número de amostras que os gráficos de Shewhart. Em segundo lugar porque a partir dos gráficos CUSUM foi possível estimar a amplitude da mudança e o novo valor médio deste processo após ter sido detectada uma situação fora de controle com a Máscara V sobre o gráfico CUSUM ou com o CUSUM Tabular bem como a análise deste processo com o procedimento FIR e o combinado CUSUM.

Segundo Alves (2003), a utilização de gráficos de controle CUSUM para monitorar características da qualidade de um processo com pequenas variações apresenta vantagens, considerando-se aspectos estatísticos e econômicos. Sob o ponto de vista estatístico, pode haver uma redução no número médio de amostras até que o gráfico sinalize a ocorrência de uma causa especial. Sob o ponto de vista econômico, pode haver uma redução nos custos relacionados ao controle do processo, causada pela redução na taxa de amostragem quando o gráfico estiver indicando um processo sob controle. Apesar de seu impacto econômico no monitoramento de processos, estes gráficos são pouco explorados sob diversos aspectos no meio acadêmico e sua utilização prática no Brasil infelizmente ainda é pequena. Tal impacto econômico deve-se não somente à redução nos custos de amostragem, mas também a redução nas perdas ocasionadas pela não conformidade dos itens manufaturados. A redução destas perdas, obtidas através da sinalização mais rápida de processos fora de controle, pode ser bastante significativa, principalmente em processos onde pequenos desvios da meta estabelecida para a característica da qualidade que impliquem em grandes prejuízos materiais.

Cabe, notar que, embora a diferença entre o número médio de amostras necessário para os gráficos CUSUM e o gráficos de Shewhart emitirem sinal fora de controle (ARL) possa parecer pequena, a economia proporcionada pelo gráfico CUSUM pode ser significativa quando se considera sua utilização por longos períodos de tempo. Além disso, quando utilizadas por várias linhas de produção similares, a economia pode ser ampliada.

Referências

- ALVES, C.C. (2003) - Gráficos de controle CUSUM: um enfoque dinâmico para a análise estatística de processos. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis.
- BROOK, D. and EWANS, D.A. (1972) - An Approach to the Probability Distribution of Cusum Run Length *Biometrika*, v.59, p.539-549.
- DUNCAN, A. J.(1986) - *Quality Control and Industrial Statistics*, 5th edition, Chicago: Richard D.Irwin, Inc.
- HAWKINS, D.M.(1992) - A Fast Accurate Approximation for Average Run Lengths of CUSUM Control Charts, *Journal of Quality Technology*, 24 (1), p.37-43.
- HAWKINS, D.M. and OLWELL, D.H. (1993) - Cumulative Sum Control Charting: An Underutilized SPC Tool, *Quality Engineering*, 5 (3) p. 463-477.
- HAWKINS, D.M. and OLWELL, D.H. (1998) - *Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement*, Engineering and Physical Science, Springer.
- LUCAS, J.M. (1973) - A Modified "V" Mask Control Scheme, *Technometrics*, 15(4) p.833-847.
- LUCAS, J.M. (1976) - The Design and Use of V-Mask Control Schemes. *Journal of Quality Technology*, 8(1) p.1-12.
- LUCAS, J.M. and CROSIER, R.B. (1982) - Fast Initial Response for CUSUM Quality-Control Schemes: Give Your CUSUM a Head Start. *Technometrics*, 24(3), p.199-205, 1982.
- MONTGOMERY, D. C. (2000) - *Introduction to Statistical Quality Control*. 4th Edition, New York : John Wiley.

PAGE, E.S. (1954) - Continuous Inspection Schemes, *Biometrika*, v.41, p.100-115.

SIEGMUND, D. (1985) - *Sequential Analysis: Tests and Confidence Intervals*. Springer-Verlag, New York.

SILVA, L.S.C.V. (1999) - *Aplicação do controle estatístico de processos na indústria de laticínios lactoplasa: um estudo de caso*. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis.

WOODALL, W.H. and ADAMS, B.M.(1993) - *The Statistical Design of CUSUM Charts*, *Quality Engineering*, v. 5